ЕКОНОМІКА ТА УПРАВЛІННЯ ПІДПРИЄМСТВАМИ
ECONOMY AND ENTERPRISE MANAGEMENT

DOI: 10.31319/2709-2879.2023iss1(6).282976pp41-48
УДК 33:37.02:004

Карімов Г.І., к.е.н., доцент, доцент кафедри менеджменту організацій і адміністрування
Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське
ORCID ID: 0000-0002-0208-2607
e-mail: gkarimov@ukr.net
Карімов І.К., к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри прикладної та вищої математики
Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське
ORCID ID: 0000-0003-4145-9726
e-mail: ikarimov@ukr.net
Нужна С.А., к. е. н., доцент, доцент кафедри інформаційних систем і технологій,
Дніпровський державний аграрно-економічний університет, м. Дніпро
ORCID ID: 0000-0002-6850-4016
e-mail: nuzhna.s.a@dsau.dp.ua
Крупій О.В., аспірант кафедри менеджменту організацій і адміністрування,
Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське
ORCID ID: 0000-0002-9236-9758
e-mail: krupii1982@gmail.com
Голуб О.І., аспірант кафедри менеджменту організацій і адміністрування,
Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське
e-mail: s.golub5@gmail.com

Karimov Hennadii, PhD in Economics, Associate Professor, Associate Professor of Management of Organization and Administration Department
Dniprovsky State Technical University, Kamianske
ORCID ID: 0000-0002-0208-2607
e-mail: gkarimov@ukr.net
Karimov Ivan, Ph.D, Candidate of Sciences (Physical and Mathematical), Associate Professor, Head of the Department of Applied and Higher Mathematics
Dniprovsky State Technical University, Kamianske
ORCID ID: 0000-0003-4145-9726
Nuzhna Svitlana, PhD in Economics, Associate Professor, Associate Professor of Information Systems and Technologies Department
State Agrarian and Economic University, Dnipro
ORCID ID: 0000-0002-6850-4016
e-mail: nuzhna.s.a@dsau.dp.ua
Krupii Oleksandr, postgraduate student at Department of Management of organizations and Administration
Dniprovsky State Technical University, Kamianske
ORCID ID: 0000-0002-9236-9758
e-mail: krupii1982@gmail.com
Golub Oleksandr, postgraduate student at Department of Management of organizations and Administration
Dniprovsky State Technical University, Kamianske
e-mail: s.golub5@gmail.com

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО РЕАЛІЗАЦІЇ МАТРИЧНОЇ ГРИ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

ABOUT ONE APPROACH TO IMPLEMENTATION OF THE MATRIX GAME WHEN RESEARCH ECONOMIC PROCESSES

У роботі розглядається проблема дослідження економічних процесів в умовах невизначеності та конфлікту між сторонами, що приймають в них участь. Наведені приклади конкретних ситуацій, які приводять до необхідності використання математичних моделей на основі матричних ігор. Запропонований підхід до комп'ютерної реалізації моделей, в основі якого лежить використання спеціальних інструментів табличного процесора MS Excel. Розв'язання задачі проводиться в режимі маніпулювання даними без необхідності програмування. Описаний підхід реалізований для випадку вибору підприємством оптимальних стратегій випуску різних видів продукції в умовах невизначеного попиту. Одержані результати добре узгоджуються з даними інших авторів.

Ключові слова: *дослідження економічних процесів, матрична гра, лінійне програмування, табличний процесор MS Excel, режим маніпулювання даними.*

The work examines the problem of researching economic processes in conditions of uncertainty and conflict between parties participating in them. It is emphasized that, from the point of view of mathematics, such research is usually reduced to solving a discrete antagonistic game of two players. Examples of specific economic situations are given, which lead to the need to use mathematical models based on matrix games, including the production behavior of firms (enterprises) both at the level of the product and at the level of its production. Special attention is paid to the relationship between matrix games and linear programming problems.

For the implementation of mathematical models of matrix games, an approach is proposed, the basis of which is the transition to a pair of dual problems of linear programming, the further solution of each of which is carried out in the environment of the table processor MS Excel using a special add-in Solver. The organization of data on the MS Excel worksheet is described in detail, all the necessary formulas and conditions for finding the optimal solution are given.

The proposed approach is illustrated by an example of solving the problem of choosing optimal strategies for the production of various types of products by an enterprise in conditions of uncertain demand. The obtained results are in good agreement with the data of other authors obtained by analytical methods. At the same time, one of the most attractive features of the proposed approach is the ease of computer implementation, solving the problem in data manipulation mode without the need for programming. There is also no need to simplify the problem by discarding the subordinate strategies of the players. Solving dual problems of linear programming makes it possible to calculate the mixed strategies of two players and contributes to making a reasonable management decision among the set of alternative solutions.

The considered approach can be used for any firms that are engaged in the production of products and wish to reduce risks in conditions of uncertain demand.

Key words: *research of economic processes, matrix game, linear programming, table processor MS Excel, data manipulation mode.*

JEL Classification: *A22; C52; C61; C73*

Постановка проблеми. В економіці та управлінні досить часто доводиться приймати рішення в умовах невизначеності, зумовленої наявністю кількох зацікавлених сторін, інтереси яких не співпадають або є прямо протилежними. Такі ситуації називаються конфліктними, їх дослідженню присвячений спеціальний розділ математики – теорія ігор [1–3]. Відповідні математичні методи застосовуються при вирішенні багатьох задач з економічним контекстом, серед яких « … математичні моделі торгів та аукціонів; виробнича поведінка фірм як на рівні продукту, так і на рівні його виробництва; моделі конкуренції країн та торгівельна політика держав; сучасні теорії міжнародної торгівлі, оподаткування, теорії виробничих організацій тощо» [4]. В той же час, реалізація методів теорії ігор пов'язана з необхідністю застосування досить серйозного математичного апарату і це створює певні труднощі для науковців та практиків економічного спрямування. Таким чином, проблема реалізації ігрових моделей не втрачає своєї актуальності та потребує подальшого вивчення для формування відповідної методології дослідження економічних процесів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Питання використання математичної теорії ігор досліджувалися в працях багатьох вітчизняних та зарубіжних вчених. Загальні принципи побудови та основні властивості ігрових моделей знайшли відображення в роботах [1–3]. Можливостям застосування теорії ігор в економіці присвячені роботи [4–9]. При цьому автори наводять приклади конкретних економічних ситуацій, застосовують математичний підхід на основі матричної гри до управління виробничою діяльністю підприємства [5–6], аналізують застосування змішаних ігрових стратегій при управлінні міжнародними вантажними перевезеннями [7] та в оподаткуванні як сфері узгодження суспільних і приватних інтересів [8]. Значна увага приділена власне реалізації матричних ігор за допомогою різних методів та засобів. Зокрема, наголошується на можливості приведення будь-якої матричної гри до пари двоїстих задач лінійного програмування [5–6, 9].

Формулювання цілей статті. Цілі статті полягають в тому, щоб показати можливості та описати процедуру використання спеціального інструментарію табличного процесора MS Excel для реалізації матричних ігор в процесі дослідження економічних процесів в умовах невизначеності та конфлікту між сторонами, що приймають в них участь..

Виклад основного матеріалу дослідження. З точки зору математики аналіз економічних процесів в умовах невизначеності та конфлікту зазвичай зводиться до розв'язання дискретної антагоністичної гри двох гравців. При цьому розглядаються множини стратегій першого гравця *X*, другого – *Y*. Будь-яка пара x_i, y_j з цих множин ($x_i \in X$, $y_j \in Y$) характеризує певну ситуацію. Гра вважається заданою, якщо відома матриця виграшів *C*, елементи якої c_{ij} є результатами партії при використанні першим гравцем стратегії x_i, а другим – стратегії y_j. Для визначеності в матриці відображають виграш першого гравця (він співпадає з програшем другого гравця). Перший гравець вибирає такі стратегії, які забезпечують йому максимальний виграш; другий гравець мінімізує свій програш.

Досить часто у гравців виникає бажання покращити результати гри, для чого робляться ризиковані ходи за певною, прихованою від противника, стратегією. Аналіз такої гри проводиться на основі ймовірнісного підходу, результат гри обчислюється за формулою

$$г = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_i q_j c_{ij} , \tag{1}$$

де p_i ($i = \overline{1,m}$) – ймовірність використання першим гравцем стратегії x_i, а q_j ($j = \overline{1,n}$) – ймовірність використання другим гравцем стратегії y_j. Задача полягає в визначенні таких значень p_i і q_j, які забезпечують найкращий результат гри. Саме вони використовуються при формулюванні рекомендацій щодо використання гравцями своїх стратегій.

Одним з варіантів аналізу конфліктних ситуацій є приведення матричної гри до задачі лінійного програмування, а точніше – до пари двоїстих задач для визначення оптимальних стратегій першого та другого гравців, відповідно. Перша з них формулюється так: відшукати невід'ємні r_i, які задовольняють системі нерівностей

$$\sum_{i=1}^{n} c_{ij} \cdot r_i \geq 1; \quad j = 1,2,\ldots,m \tag{2}$$

і забезпечують мінімум функції

$$F=\sum_{i=1}^{n} r_i=\frac{1}{\gamma} \Rightarrow \min \qquad (3)$$

(функція $1/\gamma$ прямує до мінімуму, оскільки перший гравець прагне максимізувати свій виграш γ). Після розв’язання задачі невідомі мішана ціна гри γ і ймовірності p_i використання першим гравцем своїх стратегій x_i шукаються за формулами

$$\gamma=\frac{1}{F_{\min}}; \quad p_i=r_i \cdot \gamma . \qquad (4)$$

Оптимізаційна задача для другого гравця формулюється як двоїста до наведеної вище: відшукати невід’ємні s_j, які задовольняють системі нерівностей

$$\sum_{j=1}^{m} c_{ij} \cdot s_j \leq 1; \quad i=1,2,\ldots,n \qquad (5)$$

і забезпечують мінімум функції

$$f=\sum_{j=1}^{m} s_j=\frac{1}{\gamma} \Rightarrow \max . \qquad (6)$$

Після розв’язання цієї задачі невідомі мішана ціна гри γ і ймовірності q_j використання другим гравцем своїх стратегій y_j шукаються за формулами

$$\gamma=\frac{1}{f_{\max}}; \quad q_j=s_j \cdot \gamma . \qquad (7)$$

Розв’язувати задачі (2)–(3) і (5)–(6) можна різними методами Нами пропонується використати спеціальний інструмент табличного процесора MS Excel *Поиск решения*, який добре себе зарекомендував при розв’язанні різноманітних оптимізаційних задач [3,10,11].

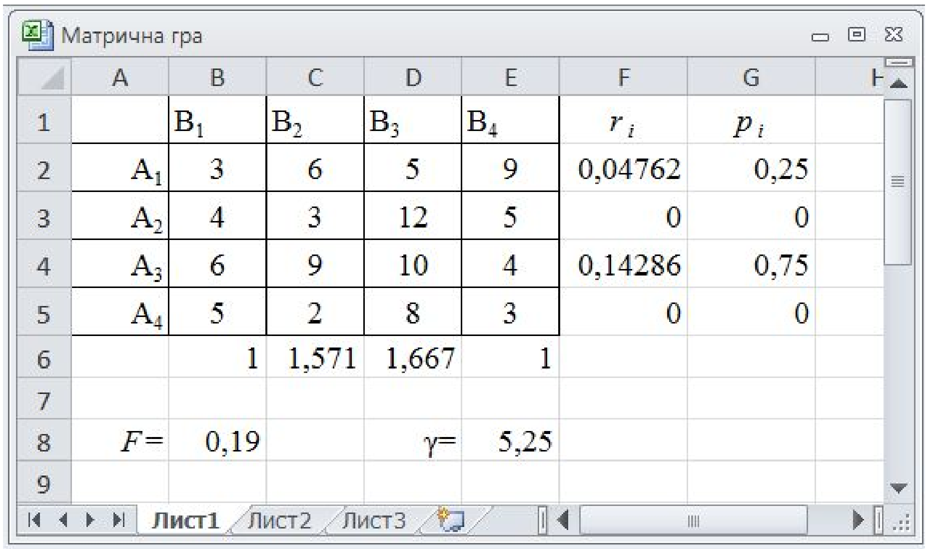
Розглянемо описану вище процедуру розв’язання матричної гри на прикладі типової економічної задачі про оцінку прибутку.

Нехай підприємство може випускати чотири види продукції A_1, A_2, A_3, A_4, одержуючи прибуток в залежності від попиту, який умовно може бути визначений чотирма різними станами B_1, B_2, B_3, B_4 (B_1 – нормальний попит на продукцію, B_2 – низький попит, B_3 – помірний попит, B_4 – підвищений попит). Відома матриця прибутків підприємства *C*, елементи якої c_{ij} визначають прибуток за умови випуску продукції A_i при попиті, що відповідає стану B_j. Вважаючи попит невизначеним, необхідно визначити оптимальні пропорції у виробництві продукції, які б гарантували деяку середню величину прибутку за будь-якого попиту.

Розв’яжемо задачу з використанням табличного процесора MS Excel для конкретної матриці прибутків підприємства

$$C=\begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & 9 \\ 4 & 3 & 12 & 5 \\ 6 & 9 & 10 & 4 \\ 5 & 2 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Організуємо робочий лист MS Excel як показано на рис. 1. В комірках B2:E5 міститься вихідна інформація, в комірках B1:G1, A2:A5, A8, D8 – пояснювальний текст. В комірки F2:F5 спочатку заноситься початкове наближення шуканих значень r_i, а після виконання процедури пошуку там же містяться значення r_i, які відповідають оптимальним пропорціям у виробництві продукції. Решта комірок містить розрахункові формули.



	A	B	C	D	E	F	G
1		B_1	B_2	B_3	B_4	r_i	p_i
2	A_1	3	6	5	9	0,04762	0,25
3	A_2	4	3	12	5	0	0
4	A_3	6	9	10	4	0,14286	0,75
5	A_4	5	2	8	3	0	0
6		1	1,571	1,667	1		
7							
8	$F=$	0,19		$\gamma=$	5,25		
9							

Рис. 1. Організація робочого листа MS Excel для вирішення вихідної задачі
***Джер**ело: авторська розробка*

В комірку B6 введена формула =СУММПРОИЗВ(B2:B5;$F$2:$F$5), яка потім скопійована в комірки C6:E6. Як наслідок, в цих комірках з'являються значення сум в лівій частині нерівності (2).

В комірку B8 введена формула =СУММ(F2:F5) , а в комірку E8 – формула =1/B8. Перша з цих формул обчислює значення суми в формулі (3), друга – мішану ціну гри γ (див. формулу (4)) .

В комірку G2 введена формула =F2/$B$8), яка потім скопійована в комірки G3:G5. Вона використовується для переходу до шуканих значень p_i за формулою (4).

На рис. 1 відображений вже остаточний результат розв'язання задачі (2)–(4). Для його одержання необхідно було при виділеній комірці B8 відпрацювати послідовно команди *Данные* ⇨ *Поиск решения* та заповнити діалогове вікно так, як показано на рис. 2.

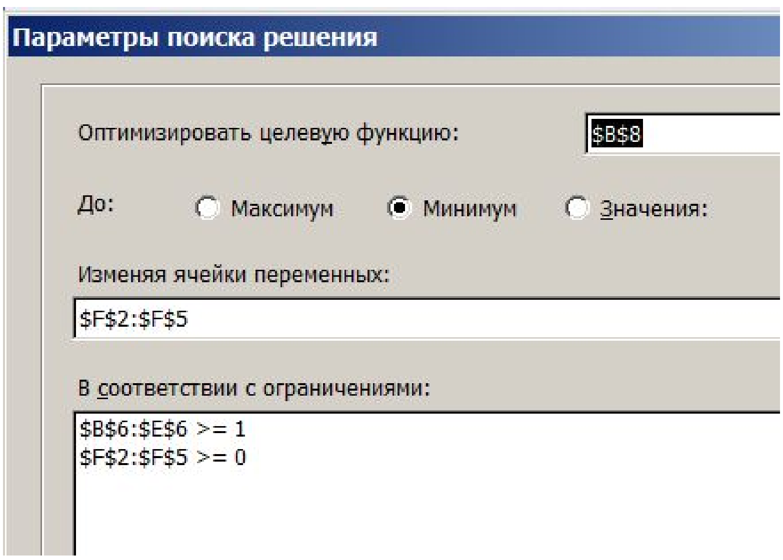


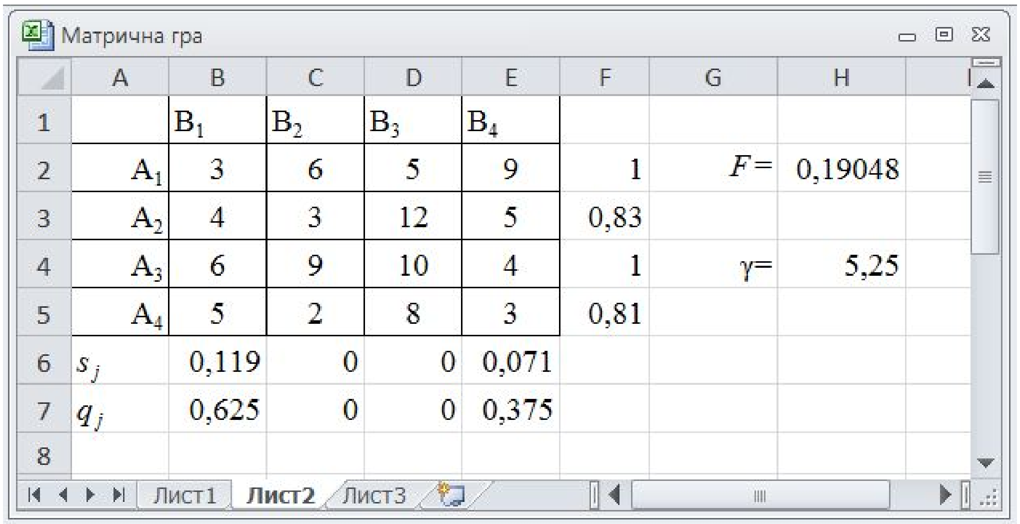
Рис. 2. Умови пошуку при вирішенні вихідної задачі
Джерело: авторська розробка

Далі слід натиснути кнопку *Найти решение*. По закінченні пошуку з'явиться новий фрагмент електронної таблиці зі значеннями r_i, які відповідають умові мінімуму функції (3), та відповідними значеннями p_i і мішаної ціни гри γ (саме це показано на рис. 1).

Аналогічно розв’язується і двоїста задача (5)–(6). Вид листа MS Excel наведений на рис. 3, а умови пошуку – на рис. 4.

В комірки B6:E6 спочатку заносяться початкові наближення шуканих значень s_j, а після виконання процедури пошуку там же містяться значення s_j, які відповідають результатам вирішення задачі.

В комірку F2 введена формула =СУММПРОИЗВ(B2:E2;$B$6:$E$6), яка потім скопійована в комірки F3:F5. Як наслідок, в цих комірках з’являються значення сум в лівій частині нерівності (5).



	A	B	C	D	E	F	G	H
1		B_1	B_2	B_3	B_4			
2	A_1	3	6	5	9	1	$F=$	0,19048
3	A_2	4	3	12	5	0,83		
4	A_3	6	9	10	4	1	$\gamma=$	5,25
5	A_4	5	2	8	3	0,81		
6	s_j	0,119	0	0	0,071			
7	q_j	0,625	0	0	0,375			
8								

Рис. 3. Організація робочого листа MS Excel для вирішення двоїстої задачі
Джерело: авторська розробка

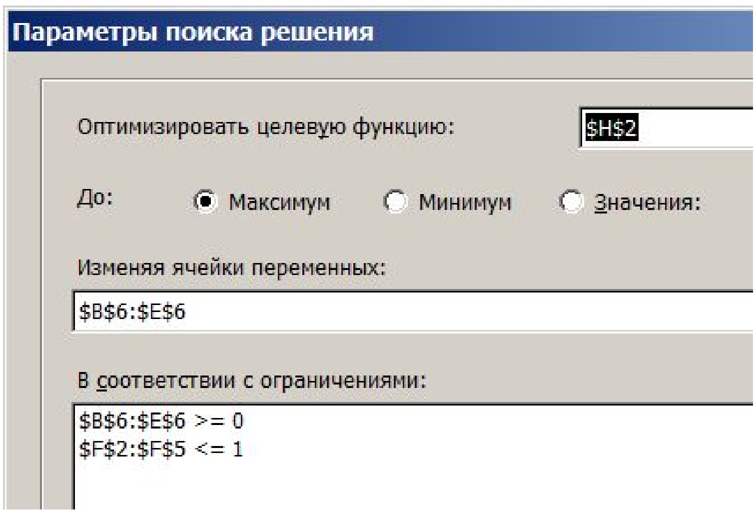


Рис. 4. Умови пошуку при вирішенні двоїстої задачі
Джерело: авторська розробка

В комірку H2 введена формула =СУММ(B6:E6), а в комірку H4 – формула =1/H2. Перша з цих формул обчислює значення суми в формулі (6), друга – мішану ціну гри γ (див. формулу (7)) .

В комірку B7 введена формула =B6*$H$4, яка потім скопійована в комірки C7:E7. Вона використовується для переходу до шуканих значень q_j за формулою (7).

На рис. 3 відображений вже остаточний результат розв’язання задачі (5)–(7). Для його одержання необхідно було при виділеній комірці H2 відпрацювати послідовно команди *Данные* ⇨ *Поиск решения* та заповнити діалогове вікно так, як показано на рис. 4. Далі слід натиснути кнопку *Найти решение*. По закінченні пошуку з'явиться новий фрагмент електронної таблиці зі значеннями s_j, які відповідають умові максимуму функції (6), та відповідними значеннями q_j і мішаної ціни гри γ (саме це показано на рис. 3).

Отже, в умовах розглянутого приклада оптимальні стратегії задаються векторами $S_A = (0{,}25;0;0{,}75;0)$ і $S_B = (0{,}625;0;0;0{,}375)$. Підприємству рекомендується випускати 25 % продукції виду A_1 і 75 % продукції виду A_3 (випуск продукції A_2 і A_4 слід визнати недоцільним). Оптимальний попит в 62,5 % знаходиться в стані B_1 і в 37,5 % – в стані B_4. Зауважимо, що в прикладі використана матриця прибутків з роботи [5], в якій точно такий же результат одержаний шляхом застосування симплекс-метода для вирішення пари двоїстих задач лінійного програмування, причому попередньо були вилучені стратегії A_4 і B_3.

До найбільш привабливих рис пропонованого підходу слід віднести відмову від безпосереднього програмування, простоту комп’ютерної реалізації, легкість та природність інтерпретації результатів.

Висновки. В роботі розглянуті можливості застосування апарату теорії ігор в дослідженнях економічних процесів. Для реалізації відповідних математичних моделей запропонований підхід, в основі якого лежить перехід до пари двоїстих задач лінійного програмування, подальше розв’язання яких проводиться в середовищі табличного процесора MS Excel за допомогою спеціального інструмента *Поиск решения*. Розв’язання задачі проводиться в режимі маніпулювання даними без необхідності програмування. Відсутня також необхідність спрощення задачі шляхом відкидання підлеглих стратегій учасників гри.

Запропонований підхід проілюстрований прикладом вирішення задачі вибору підприємством оптимальних стратегій випуску різних видів продукції в умовах невизначеного попиту. Одержані результати узгоджуються з даними інших авторів. Розглянутий підхід можна використовувати не тільки для аналізу діяльності фірм, які займаються виробництвом продукції, а й в інших економічних ситуаціях, що характеризуються наявністю невизначеності та конфлікту між сторонами, що приймають в них участь.

Список використаної літератури

1. Шиян А.А. Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті: навч. посібник. Вінниця: ВНТУ, 2009. 164 с.
2. Вітлінський В.В., Верченко П.І., Сігал А.В., Наконечний Я.С. Економічний ризик: ігрові моделі: навч. посібник /. Київ: КНЕУ, 2002. 446 с.
3. Ульянченко О.В. Дослідження операцій в економіці: підручник. Суми: Довкілля, 2010. 594 с.
4. Гладкова Л.А., Наумова М.А. Застосування теорії ігор в економіці. *Наукові записки. Серія: проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти*. Кропивницький: ЦУДПУ, 2013. Т. 2. №4. С. 16-21.
5. Мартинова О.В., Шевченко О.К. Застосування матричної гри в процесі управління діяльністю підприємства. *Наукові праці Міжрегіональної академії управління персоналом. Економічні науки*. 2022. Вип. 2(65). С. 95-101.
6. Шевченко О.К., Жуков А.В. Використання матричної гри в управлінні виробництвом. *Сучасні проблеми управління підприємствами: теорія та практика*: матеріали міжн. наук.-

практ. конф., м. Харків – м. Торунь, 3-4 березня 2020 р. Харків: ФОП Панов А.М., 2020. С. 373-375.
7. Застосування змішаних стратегій при управлінні міжнародними вантажними перевезеннями/ Г.С. Прокудін та ін. *Вісник Національного транспортного університету*. *Технічні науки*. 2021. Вип. 1(48). С. 283-292.
8. Коломієць Г.Б. Застосування теорії ігор в оподаткуванні як сфері узгодження суспільних і приватних інтересів. *Вісник Хмельницького національного університету. Економічні науки*. 2020. №4. Т.3. С. 202-205.
9. Приймак О.І., Голубник О.Р. Нечіткі моделі антагоністичних ігор. *Вісник ОНУ імені І.І. Мечникова*. 2021. Т.28. Вип. 1(86). С. 147-152.
10. Кузьмичов А. І. Оптимізаційні методи і моделі: практикум в Excel: навч. посібник. Київ: ВПЦ АМУ, 2013. 438 с.
11. Карімов Г. І. Моделювання та прогнозування в управлінні: навч. посібник. Кам’янське : ДДТУ, 2017. 162 с.

References

[1] Shyian A.A. (2009) *Teoriia ihor: osnovy ta zastosuvannia v ekonomitsi ta menedzhmenti* [Game theory: basics and applications in economics and management]. Vinnytsia: VNTU. (in Ukrainian)
[2] Vitlinskyi V.V., Verchenko P.I., Sihal A.V., Nakonechnyi Ya.S. (2002) *Ekonomichnyi ryzyk: ihrovi modeli* [Economic risk: game models]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian)
[3] Ulianchenko O.V. (2010) *Doslidzhennia operatsii v ekonomitsi* [Operations research in the economy]. Sumy: Dovkillia. (in Ukrainian)
[4] Hladkova L.A., Naumova M.A. (2013) Zastosuvannia teorii ihor v ekonomitsi [Application of game theory in economics]. *Naukovi zapysky. Series: problems of the methodology of physical, mathematical and technological education*, vol. 2, no. 4, pp. 16-21.
[5] Martynova O.V., Shevchenko O.K. (2022) Zastosuvannia matrychnoi hry v protsesi upravlinnia diialnistiu pidpryiemstva [Application of the matrix game in the process of managing the company's activities]. *Scientific works of the Interregional Academy of Personnel Management. Economic sciences*, issue 2(65), pp. 95-101.
[6] Shevchenko O.K., Zhukov A.V. (2020) Vykorystannia matrychnoi hry v upravlinni vyrobnytstvom [Using the matrix game in production management]. Proceedings of the *Modern problems of enterprise management: theory and practice (Ukrainian, Kharkiv - Torun, March 3-4, 2020)*, Kharkiv: FOP Panov A.M., pp. 373-375.
[7] Prokudin H.S., Khobotnia T.H., Tretynychenko Yu.O., Kop’iak N.V. (2021) Zastosuvannia zmishanykh stratehii pry upravlinni mizhnarodnymy vantazhnymy perevezenniamy [Application of mixed strategies in the management of international cargo transportation]. *Bulletin of the National Transport University. Technical sciences*, issue 1(48), pp. 283-292.
[8] Kolomiiets H.B. (2020) Zastosuvannia teorii ihor v opodatkuvanni yak sferi uzghodzhennia suspilnykh i pryvatnykh interesiv [Application of game theory in taxation as a sphere of coordination of public and private interests]. *Bulletin of the Khmelnytskyi National University. Economic sciences*, no. 4, t.3, pp. 202-205.
[9] Pryimak O.I., Holubnyk O.R. (2021) Nechitki modeli antahonistychnykh ihor [Fuzzy models of antagonistic games]. *Bulletin of ONU named after I.I. Mechnikova*. t.28, vol. 1(86), pp. 147-152.
[10] Kuzmychev A. I. (2013) *Optymizatsiini metody i modeli: praktykum v Excel* [Optimization methods and models: practicum in Excel]. Kyiv: VPTs AMU. (in Ukrainian)
[11] Karimov H. I. (2017) *Modeliuvannia ta prohnozuvannia v upravlinni* [Modeling and forecasting in management]. Kamianske: DDTU. (in Ukrainian)